

## 研究成果報告書

研究テーマ (和文)	閉じ込め構造を持つ弾性曲面の数学解析			
研究テーマ (英文)	Mathematical analysis of confined elastic surfaces			
研究期間	2019年 ~ 2023年	研究機関名 東京工業大学		
研究代表者	氏名	(漢字)	三浦達哉	
		(カタカナ)	ミウラタツヤ	
		(英文)	Tatsuya Miura	
	所属機関・職名	東京工業大学 理学院数学系 准教授		
共同研究者  * 2名をこえる場合は、【別紙追加用紙】(P3)に3人目以降を追記してください。	氏名	(漢字)		
		(カタカナ)		
		(英文)		
	所属機関・職名			
	氏名	(漢字)		
		(カタカナ)		
		(英文)		
所属機関・職名				
<p>概要 (600字~800字程度にまとめてください。)</p> <p>細胞膜の形状に関する数理モデルの典型例として弾性曲面のモデルがある。本研究では弾性曲面の中でも、例えばミトコンドリアのようにある曲面が別の曲面に閉じ込められているような構造を持つものに焦点を当てる。この問題では「曲面の重なり」を考慮する必要があるため、いわゆる「通常の滑らかな曲面」に関する理論では不十分である。本研究の研究課題はこのような問題を純粋数学の立場から解析し、基礎理論の創始・展開を目指すことを目標とするものであった。</p> <p>本研究課題では関連する高階幾何学変分問題を中心にいくつかの成果を挙げた。特に重要な成果として、「曲面の重なり」の研究のためまずは弾性曲線の解析から始め、弾性曲線に関する Li-Yau 型の不等式を得た。これは「曲線の重なり」を伴う弾性曲線モデルの解析の出発点となるものであり、具体的にはユークリッド空間内の閉曲線の曲げエネルギーと曲線の多重度に関する不等式である。特に重要なのは、不等式の等号が成立する場合の曲線の形状である。これらの形状を本研究では「<math>m</math>葉エラスティカ」と名付けた。このクラスはオイラーの研究から知られている「8の字エラスティカ」を含む新しい形状のクラスであり、古典的な数学的問題設定では現れないが現実には現れるような形状を多く含むクラスであることが実験的に確認できた。この成果は単著論文としてすでに国際学術誌より出版されている。またその他関連する話題として、表面拡散流や極小曲面、および <math>p</math>-弾性曲線等に関する成果も得た。</p>				

発表文献（この研究を発表した雑誌・図書について記入してください。）						
雑誌	論文課題	On the Isoperimetric Inequality and Surface Diffusion Flow for Multiply Winding Curves				
	著者名	Tatsuya Miura, Shinya Okabe	雑誌名	Archive for Rational Mechanics and Analysis		
	ページ	1111-1129	発行年	2 0 2 1	巻号	239(2)
雑誌	論文課題	Sharp boundary $\varepsilon$ -regularity of optimal transport maps				
	著者名	Tatsuya Miura, Felix Otto	雑誌名	Advances in Mathematics		
	ページ	Paper No. 107603	発行年	2 0 2 1	巻号	381
雑誌	論文課題	Geometric inequalities involving mean curvature for closed surfaces				
	著者名	Tatsuya Miura	雑誌名	Selecta Mathematica		
	ページ	Paper No. 80	発行年	2 0 2 1	巻号	27(5)
雑誌	論文課題	A diameter bound for compact surfaces and the Plateau-Douglas problem				
	著者名	Tatsuya Miura	雑誌名	Annali della Scuola Normale Superiore di Pisa, Classe di Scienze		
	ページ	1707-1721	発行年	2 0 2 2	巻号	XXIII(4)
雑誌	論文課題	Polar tangential angles and free elasticae				
	著者名	Tatsuya Miura	雑誌名	Mathematics in Engineering		
	ページ	Paper No. 034	発行年	2 0 2 1	巻号	3(4)
雑誌	論文課題	Li-Yau type inequality for curves in any codimension				
	著者名	Tatsuya Miura	雑誌名	Calculus of Variations and Partial Differential Equations		
	ページ	Paper No. 216	発行年	2 0 2 3	巻号	62(8)
雑誌	論文課題	Optimal thresholds for preserving embeddedness of elastic flows				
	著者名	Tatsuya Miura, Marius Müller, Fabian Rupp	雑誌名	American Journal of Mathematics		
	ページ	To appear	発行年		巻号	
雑誌	論文課題	Pinned planar p-elasticae				
	著者名	Tatsuya Miura, Kensuke Yoshizawa	雑誌名	Indiana University Mathematics Journal		
	ページ	To appear	発行年		巻号	
雑誌	論文課題	Delta-convex structure of the singular set of distance functions				
	著者名	Tatsuya Miura, Minoru Tanaka	雑誌名	Communications on Pure and Applied Mathematics		
	ページ	To appear	発行年		巻号	

雑誌	論文課題	Complete classification of planar p-elasticae				
	著者名	Tatsuya Miura, Kensuke Yoshizawa	雑誌名	Preprint (arXiv:2203.08535)		
	ページ		発行年		巻号	
雑誌	論文課題	General rigidity principles for stable and minimal elastic curves				
	著者名	Tatsuya Miura, Kensuke Yoshizawa	雑誌名	Preprint (arXiv:2301.08384)		
	ページ		発行年		巻号	
雑誌	論文課題	Migrating elastic flows				
	著者名	Tomoya Kemmochi, Tatsuya Miura	雑誌名	Preprint (arXiv:2303.12516)		
	ページ		発行年		巻号	
雑誌	論文課題	Variational stabilization of degenerate p-elasticae				
	著者名	Tatsuya Miura, Kensuke Yoshizawa	雑誌名	Preprint (arXiv:2310.07451)		
	ページ		発行年		巻号	

英文抄録（100語～200語程度にまとめてください。）

In this research project, we obtained several results on related higher-order geometric variational problems. As a starting point for the study of “self-intersecting surfaces”, we first obtained Li-Yau type inequalities for elastic curves. This is related to self-intersecting elastic curves; more precisely, it is a relation between the bending energy of a closed curve in Euclidean space and the multiplicity of the curve. Of particular importance are the shapes of the curves when the equality of the inequalities holds. These shapes are named “m-leafed elasticae” in this study. This is a new class of shapes, including the “figure-8 elastica” known from Euler’s work, and it was experimentally confirmed that this class includes many non-classical shapes that appear in the real world. Other related results for surface diffusion flows, minimal surfaces, and p-elastic curves were also obtained.